

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--



УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета факультета математики, информационных и авиационных технологий  
«21» 05 2024г., протокол № 5/24  
Председатель \_\_\_\_\_ Волков М.А.  
«21» 05 2024 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	<b>Функциональный анализ</b>
Факультет	Факультет математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Кафедра информационной безопасности и теории управления
Курс	3 - очная форма обучения

Направление (специальность): 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль/специализация): Безопасность открытых информационных систем

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: 01.09.2024 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № 10 от 15.04.2024 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	КАФЕДРА	Должность, ученая степень, звание
Юрьева Ольга Дмитриевна	Кафедра информационной безопасности и теории управления	Доцент, Кандидат физико-математических наук, Доцент
	заволжский экономико-гуманитарный факультет	Преподаватель, Кандидат физико-математических наук, Доцент

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Цели освоения дисциплины:**

Данная дисциплина знакомит студентов с важнейшими методами функционального анализа, как классическими, так и численными. Достижение этих целей обеспечивает выпускнику получение высшего профессионально профилированного образования и обладание перечисленными ниже общими и предметно-специализированными компетенциями. Дисциплина "Функциональный анализ" непосредственно связана с дисциплинами "Алгебра и геометрия", "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения".

### **Задачи освоения дисциплины:**

Предметом изучения являются общая теория бесконечномерных метрических пространств, линейных нормированных пространств, гильбертовых пространств, функционалов и операторов на них; теория меры и интегрирования в общих пространствах с мерой, установление обобщающих связей между различными разделами математики, такими как классический анализ, дифференциальные уравнения, линейная алгебра и т.д. В процессе обучения студенты должны усвоить методику дисциплины и приобрести навыки исследования и решения задач функционального анализа.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к числу дисциплин блока Б1.В.1.ДВ.04, предназначенного для студентов, обучающихся по направлению: 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем.

В процессе изучения дисциплины формируются компетенции: ПК-3, ПК-5.

Основные положения дисциплины используются в дальнейшем при изучении таких дисциплин как: Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы, Преддипломная практика, Эксплуатационная практика, Теоретико-числовые методы и алгоритмы, информационные технологии в автоматизированных системах, Теория управления в информационных системах, Вейвлет-анализ, Системный анализ, Математические модели информационных систем, Методы принятия оптимальных решений, Нелинейные динамические системы, Защита программ и данных, Виртуальные частные сети, Сертификация средств защиты информации, Анализ уязвимостей программного обеспечения, Модели безопасности компьютерных систем, Теория вычислительной сложности.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ПК-5 Способен участвовать в научных и исследовательских работах в сфере разработки средств защиты информации от НСД	<p><b>знать:</b> основные теоретические положения функционального анализа, методы решения и исследования важнейших типовых задач, важнейшие итерационные алгоритмы</p> <p><b>уметь:</b> правильно проводить математическую формализацию задач, выбирать адекватные математические модели, математически корректно применять методы функционального анализа, выполнять интерпретацию математических результатов для реальных систем</p> <p><b>владеть:</b> знаниями основных понятий, утверждений, а так же методами функционального анализа, как теоретическими, так и численными</p>
ПК-3 Способен разрабатывать проектные решения по защите информации в автоматизированных системах	<p><b>знать:</b> основные теоретические положения функционального анализа, методы решения и исследования важнейших типовых задач, важнейшие итерационные алгоритмы</p> <p><b>уметь:</b> правильно проводить математическую формализацию задач, выбирать адекватные математические модели, математически корректно применять методы функционального анализа, выполнять интерпретацию математических результатов для реальных систем</p> <p><b>владеть:</b> знаниями основных понятий, утверждений, а так же методами функционального анализа, как теоретическими, так и численными</p>

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 2 ЗЕТ

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах): 72 часа

Форма обучения: очная

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения <u>очная</u> )	
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам
		5
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	54	54
Аудиторные занятия:	54	54
Лекции	36	36
Семинары и практические занятия	18	18
Лабораторные работы, практикумы	-	-

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения <u>очная</u> )	
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам
		5
1	2	3
Самостоятельная работа	18	18
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)	контрольные работы, Тестирование	контрольные работы, Тестирование
Курсовая работа	-	-
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	Зачёт	Зачёт
Всего часов по дисциплине	72	72

### 4.3. Содержание дисциплины. Распределение часов по темам и видам учебной работы

Форма обучения: очная

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Раздел 1. Метрические пространства</b>							
Тема 1.1. Метрическое пространство	4	2	1	0	0	1	Тестирование
Тема 1.2. Плотные множества	4	2	1	0	0	1	Тестирование
Тема 1.3. Компактные и предкомпактные множества в метрическом	4	2	1	0	0	1	Тестирование

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
пространстве							
Тема 1.4. Принцип сжимающих отображений	4	2	1	0	0	1	Тестирование, Контрольные работы
<b>Раздел 2. Мера, измеримые функции, интеграл Лебега</b>							
Тема 2.1. Измеримые по Жордану и Лебегу множества	4	2	1	0	0	1	Тестирование
Тема 2.2. Измеримые функции	4	2	1	0	0	1	Тестирование
Тема 2.3. О определенном интеграле Лебега	4	2	1	0	0	1	Тестирование
<b>Раздел 3. Линейные нормированные пространства. Линейные непрерывные функционалы и операторы</b>							
Тема 3.1. Линейные нормированные и банаховы пространства	5	3	1	0	0	1	Тестирование
Тема 3.2. Линейные ограниченные операторы, их норма	5	3	1	0	0	1	Тестирование
<b>Раздел 4. Предгильбертовы и гильбертовы пространства</b>							
Тема 4.1. Предгильбертовы пространства	4	2	1	0	0	1	Тестирование

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
тово пространство							
Тема 4.2. Полные и замкнутые системы	4	2	1	0	0	1	Тестирование
Тема 4.3. Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом пространствах	4	2	1	0	0	1	Тестирование
<b>Раздел 5. Спектр и резольвента оператора. Сопряженные и самосопряженные операторы</b>							
Тема 5.1. Спектр оператора в банаховом пространстве	7	3	2	0	0	2	Тестирование
Тема 5.2. Критерий компактности оператора в гильбертовом пространстве	7	3	2	0	0	2	Тестирование
<b>Раздел 6. Обобщенные функции</b>							
Тема 6.1. Пространство основных функций, его нетривиальность, сходимость	8	4	2	0	0	2	Тестирование

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
в нем							
<b>Итого подлежит изучению</b>	72	36	18	0	0	18	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Раздел 1. Метрические пространства

#### Тема 1.1. Метрическое пространство

Метрическое пространство. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Предельные точки, точки прикосновения, сходимость.

#### Тема 1.2. Плотные множества

Плотные множества. Сепарабельность. Пример сепарабельного и несепарабельного пространства. Полные метрические пространства, примеры. Неполнота пространства  $CL_p[0,1]$ ,  $p \geq 1$ . Лемма о вложенных шарах. Теорема Бэра.

#### Тема 1.3. Компактные и предкомпактные множества в метрическом пространстве

Компактные и предкомпактные множества в метрическом пространстве. Пред-компактность и вполне ограниченность. Теорема Хаусдорфа. Компактные метрические пространства. Связь с предкомпактностью и замкнутостью. Теорема Арцела. Критерий компактности в  $l_p$ ,  $p \geq 1$ .

#### Тема 1.4. Принцип сжимающих отображений

Принцип сжимающих отображений. Примеры.

### Раздел 2. Мера, измеримые функции, интеграл Лебега

#### Тема 2.1. Измеримые по Жордану и Лебегу множества

Полукольцо прямоугольников в  $R^2$  и аддитивная мера на этом полукольце. Продолжение ее на кольцо элементарных множеств. Измеримые по Жордану и Лебегу множества. Справедливость импликации:  $A$  измеримо по Жордану, следовательно,  $A$  измеримо по Лебегу. Несправедливость обратной импликации. Теорема о  $\sigma$ -алгебре измеримых по Лебегу множеств. Непрерывность и полнота меры. Измеримость ограниченных открытых и замкнутых множеств. Существование

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

неизмеримых множеств на отрезке. Обобщение меры Лебега для неограниченных множеств. Мера Лебега-Стилтьеса. Теорема Лебега о представлении любой меры в виде суммы специальных мер.

## **Тема 2.2. Измеримые функции**

Измеримые функции. Различные общие определения. Измеримость композиции функций. Измеримые функции на отрезке, критерий. Примеры. Измеримость функции, непрерывной почти всюду. Измеримость предела последовательности измеримых функций, сходящихся почти всюду. Связь между сходимостью почти всюду и по мере. Контрпример. Существование сходящейся п.в. подпоследовательности в сходящейся по мере последовательности измеримых функций. Теоремы Лузина и Егорова (без доказательства).

## **Тема 2.3. Определенный интеграл Лебега**

Определенный интеграл Лебега. Существование интеграла Лебега от ограниченной измеримой функции и от функции, для которой сходится ряд с единичными интервалами. Теоремы Б. Леви, Фату и Лебега (без доказательства). Теорема о полноте пространства  $L^1[0,1]$ . Теорема о сепарабельности пространства  $L^1[0,1]$  (плотность в нем непрерывных функций).

## **Раздел 3. Линейные нормированные пространства. Линейные непрерывные функционалы и операторы**

### **Тема 3.1. Линейные нормированные и банаховы пространства**

Линейные нормированные и банаховы пространства. Линейные непрерывные функции, их норма. Эквивалентность непрерывности и ограниченности. Сопряженное пространство, его полнота и нетривиальность. Теорема о пространстве, сопряженном к  $l^p$ ,  $p \geq 1$ . Теорема Хана-Банаха.

### **Тема 3.2. Линейные ограниченные операторы, их норма**

Линейные ограниченные операторы, их норма. Компактные операторы. Примеры. Некомпактность единичного оператора в бесконечномерном банаховом пространстве. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Банаха об обратном операторе. Достаточность одного из условий  $\text{Ker } A = 0$  или  $\text{Im } A = L$  для обратимости оператора  $A$  из  $L(L)$  в конечномерном пространстве  $L$ . Примеры необходимых операторов, для которых выполнено одно из условий  $\text{Ker } A = 0$  или  $\text{Im } A = L$ .

## **Раздел 4. Предгильбертовы и гильбертовы пространства**

### **Тема 4.1. Предгильбертово пространство**

Предгильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского, нормируемость. Гильбертово пространство, примеры.

### **Тема 4.2. Полные и замкнутые системы**

Теорема об ортогонализации системы. Полные и замкнутые системы. Теорема о существовании замкнутых ОНС в сепарабельном гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя и равенство

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

Парсеваля. Эквивалентность полноты и замкнутости для систем. Изоморфизм бесконечномерных сепарабельных гильбертовых пространств. Теорема Рисса-Фишера.

### **Тема 4.3. Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом пространствах**

Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом пространствах. Пример слабо сходящейся последовательности, не сходящейся сильно. Сильная ограниченность слабо сходящейся последовательности.

## **Раздел 5. Спектр и резольвента оператора. Сопряженные и самосопряженные операторы**

### **Тема 5.1. Спектр оператора в банаховом пространстве**

Спектр оператора в банаховом пространстве. Резольвентное множество и его открытость (замкнутость спектра). Непустота спектра. Верхняя оценка спектрально-го радиуса нормой оператора. Сопряженные операторы в гильбертовом пространстве, их существование. Теорема о разложении пространства в прямую сумму замыкания образа оператора и ядра сопряженного. Спектр сопряженного оператора. Самосопряженные операторы, их спектр. Равенство спектрального радиуса норме оператора для самосопряженного оператора.

### **Тема 5.2. Критерий компактности оператора в гильбертовом пространстве**

Критерий компактности оператора в гильбертовом пространстве. Компактность оператора, сопряженного к компактному. Необратимость компактного оператора. Альтернатива Фредгольма (с неполным доказательством). Теорема о спектре самосопряженного оператора. Спектр компактного самосопряженного оператора. Теорема Гильберта.

## **Раздел 6. Обобщенные функции**

### **Тема 6.1. Пространство основных функций, его нетривиальность, сходимость в нем**

Пространство основных функций, его нетривиальность, сходимость в нем. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Примеры. Бесконечная дифференцируемость обобщенных функций. Сходимость обобщенных функций. Примеры рядов, сходящихся в смысле обобщенных функций. Преобразование Фурье обобщенных функций.

## **6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ**

### **Раздел 1. Метрические пространства**

#### **Тема 1.1. Метрическое пространство**

Вопросы к теме:

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

Очная форма

Примеры метрических пространств.  
Корректность метрик.

### **Тема 1.2. Плотные множества**

Вопросы к теме:

Очная форма

Сепарабельность метрических пространств.  
Полнота метрических пространств.

### **Тема 1.3. Компактные и предкомпактные множества в метрическом пространстве**

Вопросы к теме:

Очная форма

Предкомпактность и компактность в метрических пространствах.

### **Тема 1.4. Принцип сжимающих отображений**

Вопросы к теме:

Очная форма

Принцип сжимающих отображений.

## **Раздел 2. Мера, измеримые функции, интеграл Лебега**

### **Тема 2.1. Измеримые по Жордану и Лебегу множества**

Вопросы к теме:

Очная форма

Мера Лебега.

### **Тема 2.2. Измеримые функции**

### **Тема 2.3. Определенный интеграл Лебега**

Вопросы к теме:

Очная форма

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

Интеграл Лебега.

### **Раздел 3. Линейные нормированные пространства. Линейные непрерывные функционалы и операторы**

#### **Тема 3.1. Линейные нормированные и банаховы пространства**

Вопросы к теме:

Очная форма

Линейные непрерывные функционалы.  
Норма линейных непрерывных функционалов.

#### **Тема 3.2. Линейные ограниченные операторы, их норма**

Вопросы к теме:

Очная форма

Линейные непрерывные операторы.  
Норма линейного непрерывного оператора.

### **Раздел 4. Предгильбертовы и гильбертовы пространства**

#### **Тема 4.1. Предгильбертово пространство**

#### **Тема 4.2. Полные и замкнутые системы**

#### **Тема 4.3. Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом пространствах**

### **Раздел 5. Спектр и резольвента оператора. Сопряженные и самосопряженные операторы**

#### **Тема 5.1. Спектр оператора в банаховом пространстве**

#### **Тема 5.2. Критерий компактности оператора в гильбертовом пространстве**

### **Раздел 6. Обобщенные функции**

#### **Тема 6.1. Пространство основных функций, его нетривиальность, сходимость в нем**

## **7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ**

Данный вид работы не предусмотрен УП.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

## 8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

### Контрольные работы

Тема 1. Задания контрольной работы по разделу "Метрические пространства" определяются пройденным материалом.

## 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ

1. 1. Метрическое пространство. Плотные, открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Сепарабельность. Пример сепарабельного и несепарабельного пространства.

2. Полные метрические пространства, примеры. Полнота пространства  $CL_p[0,1]$ ,  $p \geq 1$ . Лемма о вложенных шарах.

3. Компактные и предкомпактные множества в метрическом пространстве. Предкомпактность и вполне ограниченность. Теорема Хаусдорфа.

4. Компактные метрические пространства. Связь с предкомпактностью и замкнутостью.

5. Теорема Арцела.

6. Критерий предкомпактности в  $l_p$ ,  $p \geq 1$ .

7. Принцип сжимающих отображений. Разрешимость уравнения

$$f(x) + \int_0^x K(x,t)f(t)dt = g(x)$$

8. Полукольцо прямоугольников в  $R^2$  и аддитивная мера на этом полукольце. Продолжение ее на кольцо элементарных множеств (без доказательства). Измеримые по Жордану и Лебегу множества. Справедливость импликации:  $A$  измеримо по Жордану  $\Rightarrow$  измеримо по Лебегу. Несправедливость обратной импликации.

9. Теорема о сигма-алгебре измеримых по Лебегу множеств. Непрерывность и полнота меры. Измеримость ограниченных открытых и замкнутых множеств. Существование неизмеримых множеств на отрезке.

10. Обобщение меры Лебега для неограниченных множеств. Мера Лебега-Стилтьеса. Теорема Лебега о представлении любой меры в виде суммы специальных мер.

11. Измеримые функции. Различные общие определения. Измеримость композиции функций. Измеримые функции на отрезке, критерий. Примеры.

12. Измеримость функции, непрерывной почти всюду. Измеримость предела последовательности измеримых функций, сходящихся почти всюду.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

13. Связь между сходимостью почти всюду и по мере. Контрпример.
14. Существование сходящейся п.в. подпоследовательности в сходящейся по мере последовательности измеримых функций. Теоремы Лузина и Егорова (без доказательства).
15. Определенный интеграл Лебега. Существование интеграла Лебега от ограниченной измеримой функции и от функции, для которой сходится ряд 
$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)\mu(f^{-1}[k, k+1]).$$
16. Теоремы Б.Леви, Фату и Лебега (без доказательства). Условие интегрируемости функции
17. Теорема о полноте пространства  $L^1[0,1]$
18. Теорема о сепарабельности пространства  $L^1[0,1]$ (плотность в нем непрерывных функций)
19. Линейные нормированные и банаховы пространства. Линейные непрерывные функционалы, их норма. Эквивалентность непрерывности и ограниченности.
20. Сопряженное пространство, его полнота и нетривиальность. Теорема о пространстве, сопряженном к  $l^p$ ,  $p \geq 1$
21. Теорема Хана-Банаха.
22. Линейные ограниченные операторы, их норма. Компактные операторы. Примеры. Некомпактность единичного оператора в бесконечномерном банаховом пространстве.
23. Теорема Банаха-Штейнгауза.
24. Теорема Банаха об обратном операторе (без доказательства). Достаточность одного из условий  $\text{Ker}A=0$  или  $\text{Im}A=L$  для обратимости оператор  $A$  из  $L(L)$  в конечномерном пространстве  $L$ . Примеры необходимых операторов, для которых выполнено одно из условий  $\text{Ker}A \neq 0$  или  $\text{Im}A \neq L$ .
25. Предгильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского, нормируемость. Гильбертово пространство, примеры.
26. Теорема об ортогонализации системы. Полные и замкнутые системы. Теорема о существовании замкнутых ОНС с сепарабельном гильбертовом пространстве.
27. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
28. Эквивалентность полноты и замкнутости для систем. Изоморфность бесконечномерных сепарабельных гильбертовых пространств.
29. Теорема Рисса-Фишера. Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

пространствах. Пример слабо сходящейся последовательности, не сходящейся сильно. Сильная ограниченность слабо сходящейся последовательности.

30. Спектр оператора в банаховом пространстве. Резольвентное множество и его открытость (замкнутость спектра). Непустота спектра. Верхняя оценка спектрального радиуса нормой оператора.

31. Сопряженные операторы в гильбертовом пространстве, их существование. Теорема о разложении пространства в прямую сумму замыкания образа оператора и ядра сопряженного. Спектр сопряженного оператора.

32. Самосопряженные операторы, их спектр. Равенство спектрального радиуса норме оператора для самосопряженного оператора.

33. Критерий компактности оператора в гильбертовом пространстве. Компактность оператора, сопряженного к компактному.

34. Альтернатива Фредгольма (с неполным доказательством). Теорема о спектре компактного самосопряженного оператора.

35. Теорема Гильберта.

36. Пространство основных и обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции, действия над ними. Фундаментальное решение дифференциального оператора и решение неоднородного ДУ.

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

*Содержание, требования, условия и порядок организации самостоятельной работы обучающихся с учетом формы обучения определяются в соответствии с «Положением об организации самостоятельной работы обучающихся», утвержденным Ученым советом УлГУ (протокол №8/268 от 26.03.2019г.).*

*По каждой форме обучения: очная/заочная/очно-заочная заполняется отдельная таблица*

Форма обучения: очная

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

<b>Название разделов и тем</b>	<b>Вид самостоятельной работы (проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др).</b>	<b>Объем в часах</b>	<b>Форма контроля (проверка решения задач, реферата и др.)</b>
<b>Раздел 1. Метрические пространства</b>			
Тема 1.1. Метрическое пространство	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 1.2. Плотные множества	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 1.3. Компактные и предкомпактные множества в метрическом пространстве	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 1.4. Принцип сжимающих отображений	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
<b>Раздел 2. Мера, измеримые функции, интеграл Лебега</b>			
Тема 2.1. Измеримые по Жордану и Лебегу множества	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 2.2. Измеримые функции	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 2.3. Определенный интеграл Лебега	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
<b>Раздел 3. Линейные нормированные пространства. Линейные непрерывные функционалы и операторы</b>			
Тема 3.1. Линейные нормированные и банаховы пространства	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

<b>Название разделов и тем</b>	<b>Вид самостоятельной работы (проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др).</b>	<b>Объем в часах</b>	<b>Форма контроля (проверка решения задач, реферата и др.)</b>
Тема 3.2. Линейные ограниченные операторы, их норма	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
<b>Раздел 4. Предгильбертовы и гильбертовы пространства</b>			
Тема 4.1. Предгильбертово пространство	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 4.2. Полные и замкнутые системы	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
Тема 4.3. Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом пространствах	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	1	Тестирование
<b>Раздел 5. Спектр и резольвента оператора. Сопряженные и самосопряженные операторы</b>			
Тема 5.1. Спектр оператора в банаховом пространстве	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	2	Тестирование
Тема 5.2. Критерий компактности оператора в гильбертовом пространстве	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	2	Тестирование
<b>Раздел 6. Обобщенные функции</b>			
Тема 6.1. Пространство основных функций, его нетривиальность, сходимость в нем	Проработка учебного материала с использованием ресурсов учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины.	2	Тестирование

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

## основная

1. Колмогоров Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для матем. спец. ун-тов / А.Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - Москва : Наука, 1989. - 623 с. : ил. - Библиогр.: с. 607-609 (57 назв.).-Предм. указ.: с. 610-623. - ISBN 5-02-013993-9 (в пер.). / .— ISBN 1\_144422
2. Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник / В.А. Треногин ; Треногин В.А. - Москва : Физматлит, 2002. - 488 с. - URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102729.html>. - Режим доступа: ЭБС "Консультант студента"; по подписке. - ISBN 5-9221-0272-9. / .— ISBN 0\_236599

## дополнительная

1. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев ; Лебедев В.И. - Москва : Физматлит, 2005. - 296 с. - URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100920.html>. - Режим доступа: ЭБС "Консультант студента"; по подписке. - ISBN 5-9221-0092-0. / .— ISBN 0\_235750
2. Люстерник Л. А. Краткий курс функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - 2-е изд.,стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 272 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210290>. - <https://e.lanbook.com/img/cover/book/210290.jpg>. - Режим доступа: ЭБС "Лань"; для авторизир. пользователей. - ISBN 978-5-8114-0976-1. / .— ISBN 0\_556615
3. Ревина, С. В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учебное пособие / С. В. Ревина, Л. И. Сазонов ; С. В. Ревина, Л. И. Сазонов. - Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2009. - 120 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - Текст. - Весь срок охраны авторского права. - электронный. - Электрон. дан. (1 файл). - URL: <http://www.iprbookshop.ru/47190.html>. - Режим доступа: ЭБС IPR BOOKS; для авторизир. пользователей. - ISBN 978-5-9275-0683-5. / .— ISBN 0\_131241
4. Осиленкер, Б. П. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебно-практическое пособие / Б. П. Осиленкер ; Б. П. Осиленкер. - Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. - 132 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - Текст. - Лицензия до 01.07.2024. - электронный. - Электрон. дан. (1 файл). - URL: <http://www.iprbookshop.ru/60819.html>. - Режим доступа: ЭБС IPR BOOKS; для авторизир. пользователей. - ISBN 978-5-7264-1186-6. / .— ISBN 0\_136133

## учебно-методическая

1. Богданов Андрей Юрьевич. Методы функционального анализа в вычислительной математике : учеб.- метод. пособие. Ч. 1 / А.Ю. Богданов ; УлГУ, Фак. математики и вычислит. техники, Каф. прикл. математики. - Ульяновск : УлГУ, 2012. - Имеется печ. аналог. - Загл. с титул. экрана. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 1,37 Мб). - URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/231>. - Режим доступа: ЭБС УлГУ. - Текст : электронный. / .— ISBN 0\_1569.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

2. Богданов Андрей Юрьевич. Методы функционального анализа в вычислительной математике : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. Ч. 2 / А.Ю. Богданов ; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий, Каф. прикл. математики. - Ульяновск : УлГУ, 2015. - Загл. с титул. экрана. - Электрон. версия печ. публикации. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 1,89 Мб). - URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/242>. - Режим доступа: ЭБС УлГУ. - Текст : электронный. / .— ISBN 0\_34123.

3. Богданов Андрей Юрьевич. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учеб.-метод. пособие / А.Ю. Богданов ; ФМиИТ, Каф. прикл. математики. - Ульяновск : УлГУ, 2008. - Загл. с экрана. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 1,92 МБ). - URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/985>. - Режим доступа: ЭБС УлГУ. - Текст : электронный. / .— ISBN 0\_34430.

4. Юрьева О. Д. Методические указания для самостоятельной работы по дисциплине «Функциональный анализ» для специальностей 10.05.01 «Компьютерная безопасность» и 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем» / О. Д. Юрьева ; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий. - 2019. - Загл. с экрана. - Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 620 КБ). - Режим доступа: ЭБС УлГУ. - Текст : электронный. / .— ISBN 0\_41648.

#### **б) Программное обеспечение**

- Операционная система "Альт образование"
- Офисный пакет "Мой офис"

#### **в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

##### **1. Электронно-библиотечные системы:**

1.1. Цифровой образовательный ресурс IPRsmart : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа». - Саратов, [2024]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.2. Образовательная платформа ЮРАЙТ : образовательный ресурс, электронная библиотека : сайт / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. – Москва, [2024]. - URL: <https://urait.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.3. База данных «Электронная библиотека технического ВУЗа (ЭБС «Консультант студента») : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Политехресурс. – Москва, [2024]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.4. Консультант врача. Электронная медицинская библиотека : база данных : сайт / ООО Высшая школа организации и управления здравоохранением-Комплексный медицинский консалтинг. – Москва, [2024]. – URL: <https://www.rosmedlib.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

1.5. Большая медицинская библиотека : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Букап. – Томск, [2024]. – URL: <https://www.books-up.ru/ru/library/> . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.6. ЭБС Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2024]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.7. ЭБС **Znanium.com** : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2024]. - URL: <http://znanium.com> . – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

**2. КонсультантПлюс** [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2024].

**3. eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека : сайт / ООО «Научная Электронная Библиотека». – Москва, [2024]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

**4. Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» :** электронная библиотека : сайт / ФГБУ РГБ. – Москва, [2024]. – URL: <https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

**5. Российское образование :** федеральный портал / учредитель ФГАУ «ФИЦТО». – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

**6. Электронная библиотечная система УлГУ :** модуль «Электронная библиотека» АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для выполнения лабораторных работ и практикумов, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций (*выбрать необходимое*)

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Аудитории для проведения лекций оборудованы мультимедийным оборудованием для представления информации большой аудитории. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе:

- Мультимедийное оборудование: компьютер/ноутбук, экран, проектор/телевизор
- Компьютерная техника

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф – Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

### **13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик	Преподаватель Кандидат физико-математических наук, Доцент	Юрьева Ольга Дмитриевна
	Должность, ученая степень, звание	ФИО